

A

■ පහත සර්වසාමයයන් ඔප්පු කරන්න.

01. $\sin \theta \cot \theta \sec \theta \equiv 1$

02. $\sin \theta \operatorname{cosec} \theta + 2 \cot \theta \tan \theta + 3 \sec \theta \cos \theta \equiv 6$

03. $\sin \theta \cdot \tan \theta + \cos \theta \equiv \sec \theta$

04. $\frac{\tan \theta + \cot \theta}{\operatorname{cosec} \theta \sec \theta} \equiv 1$

■ පහත සර්වසාමයයන් සාධනය කරන්න.

05. $\sin^3 \theta - \cos^3 \theta \equiv (\sin \theta - \cos \theta) (1 + \sin \theta \cos \theta)$

06. $\sin^3 \theta + \sin \theta \cos^2 \theta \equiv \sin \theta$

07. $\cos \theta - \cos \theta \sin^2 \theta \equiv \cos^3 \theta$

08. $(\sin A + \cos A)^2 + (\sin A - \cos A)^2 \equiv 2$

09. $\cos^4 A - \sin^4 A \equiv 2 \cos^2 A - 1$

10. $\cos^4 A - \sin^4 A \equiv 1 - 2 \sin^2 A$

11. $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta \equiv 1 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta$

12. $\sin^6 \theta + \cos^6 \theta \equiv 1 - 3 \sin^2 \theta \cos^2 \theta$

13. $\frac{\sin \theta}{(1 + \cos \theta)} + \frac{(1 + \cos \theta)}{\sin \theta} \equiv 2 \operatorname{cosec} \theta$

14. $\frac{1}{(1 + \cos \theta)} + \frac{1}{(1 - \cos \theta)} = 2 \operatorname{cosec}^2 \theta$

15. $\sqrt{\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}} \equiv \sec \theta - \tan \theta$

16. $\sin^8 A - \cos^8 A \equiv (\sin^2 A - \cos^2 A) (1 - 2 \sin^2 A \cos^2 A)$

17. $\left[\frac{1}{\sec^2 A - \cos^2 A} + \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 A - \sin^2 A} \right] \cos^2 A \sin^2 A \equiv \frac{1 - \cos^2 A \sin^2 A}{2 \cos^2 A \sin^2 A}$

■ පහත සර්වසාම්පයන් සාධනය කරන්න.

$$18. \sec^4 A - \sec^2 A = \tan^4 A + \tan^2 A$$

$$19. (\sec A + \cos A)(\sec A - \cos A) = \tan^2 A + \sin^2 A$$

$$20. [\sqrt{\sec \theta + \tan \theta} - \sqrt{\sec \theta - \tan \theta}]^2 = 2 \sec \theta - 2$$

$$21. \operatorname{cosec}^4 \theta - \cot^4 \theta \equiv 1 + 2 \cot^2 \theta$$

$$22. [\sqrt{\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta} + \sqrt{\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta}]^2 = 2(\operatorname{cosec} \theta + 1)$$

$$23. \frac{\sec A - \tan A}{\sec A + \tan A} \equiv 1 - 2 \sec A \tan A + 2 \tan^2 A$$

$$24. \frac{\sec^2 \theta - 6 \tan \theta + 7}{\sec^2 \theta - 5} = \frac{\tan \theta - 4}{\tan \theta + 2}$$

$$25. \frac{\sec^2 \theta - \tan^2 \theta + \tan^2 \theta}{\sec \theta} = \sin \theta + \cos \theta$$

$$26. (1 + \cot A + \tan A)(\sin A - \cos A) = \frac{\sec A}{\operatorname{cosec}^2 A} - \frac{\operatorname{cosec} A}{\sec^2 A}$$

$$27. \frac{\sec^2 \theta - 6 \tan \theta + 7}{\sec^2 \theta - 5} = \frac{\tan \theta - 4}{\tan \theta + 2}$$

$$28. \operatorname{cosec}^4 \theta - \cot^4 \theta \equiv 1 + 2 \cot^2 \theta$$

■ පහත සර්වසාම්පයන් සාධනය කරන්න.

$$29. (\sin \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2 + (\cos \theta + \sec \theta)^2 \equiv \tan^2 \theta + \cot^2 \theta + 7$$

$$30. (\tan \alpha + \operatorname{cosec} \beta)^2 + (\cot \beta - \sec \alpha)^2 \equiv 2 \tan \alpha \cot \beta (\operatorname{cosec} \alpha + \sec \beta)$$

$$31. \frac{1}{\operatorname{cosec} A - \cot A} - \frac{1}{\sin A} \equiv \frac{1}{\sin A} - \frac{1}{(\operatorname{cosec} A + \cot A)}$$

$$32. \sec^6 A - \tan^6 A \equiv 1 + 3 \tan^2 A + \tan^4 A$$

$$33. \sec^2 A \operatorname{cosec}^2 A \equiv \tan^2 A + \cot^2 A + 2$$

$$34. \frac{\tan A + \sec A - 1}{\tan A - \sec A + 1} \equiv \frac{1 + \sin \theta}{\cos A}$$

$$35. \frac{1 + \sin \theta + \cos \theta}{1 - \sin \theta \cos \theta}$$

36. $\sin A = \frac{4}{5}$, $\cos B = \frac{-12}{13}$ වේ. $(\frac{\pi}{2} < A < \pi)$ $(\pi < B < \frac{3\pi}{2})$ නම්,
 $\cos A$, $\tan A$, $\sin B$, $\tan B$ සොයන්න.
37. $\sin \theta = \frac{12}{13}$ $(0 < \theta < \frac{\pi}{2})$ $\cos \alpha = \frac{-3}{5}$ $(\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2})$ $\sin(\theta + \alpha)$ සොයන්න.
38. $3 \tan A - 4 = 0$ වන පරිදි, A , 3 වන වෘත්ත පදයේ පිහිටයි. $5 \sin 2A + 3 \sin A + 4$ හි අගය සොයන්න.
39. θ පළමුවන වෘත්ත පාදකයේ පිහිටයි. $5 \tan \theta = 4$ නම්, $\frac{5 \sin \theta - 3 \cos \theta}{\sin \theta + 2 \cos \theta}$ අගය සොයන්න.
40. $\sec A = \sqrt{2}$, $\frac{3\pi}{2} < A < 2\pi$ නම්,
 (i) $\frac{1 + \tan A + \operatorname{cosec} A}{1 + \cos A - \operatorname{cosec} A}$ (ii) $\sin 2A$ (iii) $\cos 3A$ සොයන්න.

41. $\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha \sin \beta} = \cot \beta - \cot \alpha$
42. $\cos(A + 45^\circ) + \sin(A - 45^\circ) = 0$
43. $\frac{\sin(A - B)}{\cos A \cos B} + \frac{\sin(B - C)}{\cos B \cos C} + \frac{\sin(C - A)}{\cos C \cos A} = 0$
44. $\cos(30^\circ + A) \cos(30^\circ - A) - \sin(30^\circ + A) \sin(30^\circ - A) = \frac{1}{2}$
45. $\cos(A - 45^\circ) - \sin(A + 45^\circ) = 0$
46. $\cos(\alpha + \beta) \cos \gamma - \cos(\beta + \gamma) \cos \alpha = \sin \beta \sin(\gamma - \alpha)$
47. $\frac{\tan(\alpha - \beta) + \tan \beta}{1 - \tan(\alpha - \beta) \tan \beta} = \tan \alpha$

E

48. $\sin A = -\frac{12}{13}$, $\frac{3\pi}{2} < A < 2\pi$ හා $\cos B = -\frac{40}{41}$, $\pi < B < \frac{3\pi}{2}$ දු නම් $\sin(A - B)$ හා $\cos(A + B)$ හි අගය ලබාගන්න.

49. $\tan A = -\frac{5}{12}$, $\pi < A < \frac{3\pi}{2}$ හා $\tan B = \frac{7}{24}$, $\pi < B < \frac{3\pi}{2}$ දු නම් $\sin(A + B)$ හා $\sin(A - B)$ සොයන්න.

50. $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$, $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$, $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)$ සොයන්න.

51. $\sin\frac{5\pi}{12}$, $\tan 75^\circ$, $\cos 105^\circ$ සොයන්න.

F

52. $\frac{\sin 2A}{1 + \cos 2A} = \tan A$

53. $\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan 2A$

54. $\cos \operatorname{csc} 2A + \cot 2A = \cot A$

55. $\tan A + \cot A = 2 \cos \operatorname{csc} 2A$

56. $\frac{\sin \theta + \sin 2\theta}{1 + \cos \theta + \cos 2\theta} = \tan \theta$

57. $\frac{1 + \sin \theta - \cos \theta}{1 + \sin \theta + \cos \theta} = \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$

58. $1 + \cos^2 2\theta = 2(\cos^4 \theta + \sin^4 \theta)$

59. $\sec^2 A (1 + \sec 2A) = 2 \sec 2A$

60. $\cot A = \frac{1}{2} \left[\cot \frac{A}{2} - \tan \frac{A}{2} \right]$

G

61. $\sin 8A = 8 \sin A \cos A \cos 2A \cos 4A$

62. $\cos 4A = 8 \cos^4 A - 8 \cos^2 A + 1$

63. $\cos 4A = 8 \sin^4 A - 8 \sin^2 A + 1$

64. $1 + \cos^2 2A = 2 [\cos^4 A + \sin^4 A]$

65. $8 [\cos^6 \theta + \sin^6 \theta] = 5 + 3 \cos 4\theta$

66. $\frac{\sec 8A - 1}{\sec 4A - 1} = \frac{\tan 8A}{\tan 2A}$

67. $\frac{1 - \cos A + \cos B - \cos(A + B)}{1 + \cos A - \cos B - \cos(A + B)} = \tan \frac{A}{2} \cot \frac{B}{2}$

68. $\sin 4A = 4 \sin A \cos^3 A - 4 \cos A \sin^3 A$

H

$$69. \frac{\sin 3A}{\sin A} - \frac{\cos 3A}{\cos A} = 2$$

$$70. \frac{3 \cos A + \cos 3A}{3 \sin A - \sin 3A} = \cot^3 A$$

$$71. 4 \sin^3 A \cos 3A + 4 \cos^3 A \sin 3A = 3 \sin 4A \quad 72. \cos 3\theta \equiv \cos \theta [2 \cos 2\theta - 1]$$

$$72. \cos 6\theta = 32 \cos^6 \theta - 48 \cos^4 \theta + 18 \cos^2 \theta - 1$$

$$73. \cos 6\theta = 1 - 18 \sin^2 \theta + 48 \sin^4 \theta - 32 \sin^6 \theta$$

$$74. \cos 4\theta - \cos 3\theta = 8 \cos^4 \theta - 4 \cos^3 \theta - 8 \cos^2 \theta + 3 \cos \theta + 1$$

$$75. \sin^3 2\theta \cos 6\theta + \cos^3 2\theta \sin 6\theta = \frac{3}{4} \sin 3\theta$$

I

$$76. \frac{\sin 7\theta - \sin 5\theta}{\cos 7\theta + \cos 5\theta} = \tan \theta$$

$$77. \frac{\sin A + \sin 3A}{\cos A + \cos 3A} = \tan 2A$$

$$78. \frac{\sin A - \sin 2A}{\cos A + \cos 2A} = -\tan \frac{A}{2}$$

$$79. \frac{\sin A + \sin B}{\cos A + \cos B} = \tan \left[\frac{(A+B)}{2} \right]$$

$$80. \frac{\sin 7A - \sin A}{\sin 8A - \sin 2A} = \cos 4A \sec 5A$$

$$81. \frac{\cos 2\alpha - \cos 12\alpha}{\sin 12\alpha + \sin 2\alpha} = \tan 5\alpha$$

$$82. \cos 3A + \cos 5A + \cos 7A + \cos 15A = 4 \cos 4A \cos 5A \cos 6A$$

$$83. \cos \theta + \cos 2\theta + \cos 5\theta = \cos 2\theta (1 + 2 \cos 3\theta)$$

$$84. \frac{\cos 3\theta + 2 \cos 5\theta + \cos 7\theta}{\cos \theta + 2 \cos 3\theta + \cos 5\theta} = \cos 2\theta - \sin 2\theta \tan 3\theta$$

$$85. \frac{\sin \theta + \sin 2\theta + \sin 4\theta + \sin 5\theta}{\cos \theta + \cos 2\theta + \cos 4\theta + \cos 5\theta} = \tan 3\theta$$

$$86. \frac{\sin A + 2 \sin 3A + \sin 5A}{\sin A + 2 \sin 5A + \sin 7A} = \frac{\sin A}{\sin 5A}$$

$$87. (\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 4 \cos^2 \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$88. (\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha + \sin \beta)^2 = 4 \cos^2 \frac{\alpha - \beta}{2}$$

89. $2 \sin \theta = x$, $3 \cos \theta = y$

90. $x = 4 \sec \theta$
 $y = 5 \tan \theta$

92. $x = b \operatorname{cosec} \theta$
 $y = b \cot \theta$

94. $a = 2 \cos \theta + 3 \sin \theta$
 $b = 3 \cos \theta + 2 \sin \theta$

96. $a = 2 \tan \theta + \sec \theta$
 $b = \sec \theta + \tan \theta$

98. $a = \cos \theta - \sin \theta$
 $b = 1 - \sin \theta \cos \theta$

100. $c = a \cos \theta + b \sin \theta$
 $d = b \cos \theta - a \sin \theta$

91. $x = a \sec \theta$
 $y = b \operatorname{cosec} \theta$

93. $x = 2 \tan \theta$
 $y = 3 \cos \theta$

95. $a = 2 \tan \theta + \cot \theta$
 $b = \sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta$

97. $a = 1 + \sin \theta + \cos \theta$
 $b = 2 - \sin \theta \cos \theta$

99. $d = a \sec \theta - c \tan \theta$
 $c = \sec \theta + d \tan \theta$

101. $\sec \theta - \cos \theta = a$ හා $\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta = b$ නම් $a^2 b^2 (a^2 + b^2 + 3) = 1$ බව පෙන්වන්න.

102. $\tan \theta + \sin \theta = p$ හා $\tan \theta - \sin \theta = q$ නම් $(p^2 - q^2)^2 = 16pq$ බව පෙන්වන්න.

103. $x \cos \theta + y \sin \theta = a$ හා $x \sin \theta - y \cos \theta = b$ නම් $\tan \theta = \frac{ay + bx}{ax - by}$ හා $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$ බව පෙන්වන්න.

104. $x = \sin \theta + \cos \theta$ හා $y = \tan \theta + \cot \theta$ නම් $y(x^2 - 1) = 2$ බව පෙන්වන්න.

105. $\cos \theta = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{x} \right)$ නම් $\cos 3\theta = \frac{1}{2} \left(x^3 + \frac{1}{x^3} \right)$ බව පෙන්වන්න.

106. $\sin 3\theta = a$, $\sin^2 \theta = \frac{3}{4} - b$ නම් $a^2 = 4b^2 (3 - 4b)$ බව පෙන්වන්න.

107. $\sin \theta + \cos \theta = a$, $\sin \theta - \cos \theta = b$
 $\sec \theta + \tan \theta = a$, $\sec \theta - \tan \theta = b$

පසුගිය විභාග ගැටළු

108. $\cos 3\theta \equiv \cos \theta (2 \cos 2\theta - 1)$ බව පෙන්වන්න. ඒ නැයිත්, $\alpha = \frac{2\pi}{41}$ විට, $(2 \cos 11\alpha - 1) (2 \cos 17\alpha - 1) (2 \cos 31\alpha - 1) (2 \cos 33\alpha - 1) = 1$ බව පෙන්වන්න. [1999]

109. ඕනෑම x තාත්වික සංඛ්‍යාවක් සඳහා, $\sin^3 2x \cos 6x + \cos^3 2x \sin 6x = \frac{3}{4} \sin 8x$ බව පෙන්වන්න.

$\sin^3 2x \cos 6x + \cos^3 2x \sin 6x = a$ සමීකරණ විසඳිය හැකි a අගයයන් අපේක්ෂනය කරන්න. [2001]

110. (i) θ යනු $\frac{\pi}{2}$ හි ගුණාකාරයට සමාන නොවන තාත්වික සංඛ්‍යාවක් විට,

$x = \sin \theta - \cos \theta$ සහ $y = \tan \theta + \cot \theta$ නම්, $\sin 2\theta$

I. x ඇසුරෙන් පමණක්,

II. y ඇසුරෙන් පමණක්, ලබාගන්න.

ඒනැයිත් x සහ y අතර සම්බන්ධතාවයක් ලබාගන්න.

(ii) $\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x = (1 + 2 \cos 2x) \sin 4x$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නැයිත්, $\sin x (\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x) = \sin 3x \sin 4x$ බව පෙන්වන්න.

$\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ බව අපේක්ෂනය කරන්න. [2003]

111. $\sin(A - B)$ හා $\cos(A - B)$ හි ප්‍රසාරණ උපයෝගී කර ගනිමින්, $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ හා

$\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ බව පෙන්වන්න. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ සඳහා $\tan x = \frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x}$ බව පෙන්වා

$\tan \frac{\pi}{24} = \sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - 2$ බව අපේක්ෂනය කරන්න. [2004]

112. I. සෑම θ සඳහාම $8 \cos^4 \theta - 4 \cos^3 \theta - 8 \cos^2 \theta + 3 \cos \theta + 1 = \cos 4\theta - \cos 3\theta$ බවත්

II. 7θ යන්න 2π හි නිඛිලමය ගුණාකාරයක් නම්, $\cos 4\theta = \cos 3\theta$ බවත් පෙන්වන්න.

$\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \frac{6\pi}{7} \cos = -\frac{1}{2}$ බව අපේක්ෂනය කරන්න. [2005]

113. $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ ස්ඵටසාම්‍යය යොදාගනිමින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් හෝ,

$\cos^6 \theta + \sin^6 \theta = a + b \cos 4\theta$ වන අයුරින් a හා b යන තාත්වික නියත නිර්ණය කරන්න.

ඒ නැයිත් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් හෝ,

(i) $y = 8 (\cos^6 x + \sin^6 x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(ii) $\cos^6 x + \sin^6 x = \frac{5}{4} + \frac{1}{2} \sin 4x$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම සොයන්න. [2011]

114. $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$ යයි ගනිමින් $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2 - \sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න. $\tan\left(\frac{23\pi}{12}\right)$ හි අගය අපේක්ෂය කරන්න. [2012]

115. (i) $\sin \theta = -\frac{1}{3}$ හා $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ නම්, $\sin 2\theta = \frac{4\sqrt{2}}{9}$ හා $\tan 2\theta = \frac{4\sqrt{2}}{7}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\cos \alpha + \cos \beta - \cos \lambda - \cos (\alpha + \beta + \lambda) \equiv 4 \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2} (\beta + \lambda) \sin \frac{1}{2} (\lambda + \alpha)$ ස්ඵලසාම්ප්‍රසාරණය කරන්න. [2013]

116. $\tan \alpha = -1$ හා $\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ යැයි ගනිමු. මෙහි $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ හා $\frac{\pi}{2} < \beta < 2\pi$ වේ. $\cos (\alpha + \beta)$ හි අගය සොයන්න. [2014]

117. (i) $\sin \alpha + \sin \beta = 1$ හා $\cos \alpha + \cos \beta = \sqrt{3}$ යැයි ගනිමු. මෙහි α හා β සුළු කෝණ වේ. $\alpha + \beta$ හි අගය සොයන්න.

(ii) $\cos^2(\alpha + \beta) + \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta - 2 \cos (\alpha + \beta) \cos \alpha \cos \beta = 1$ බව පෙන්වන්න. [2015]

